

## Анализ логических выражений

На числовой прямой даны три отрезка:

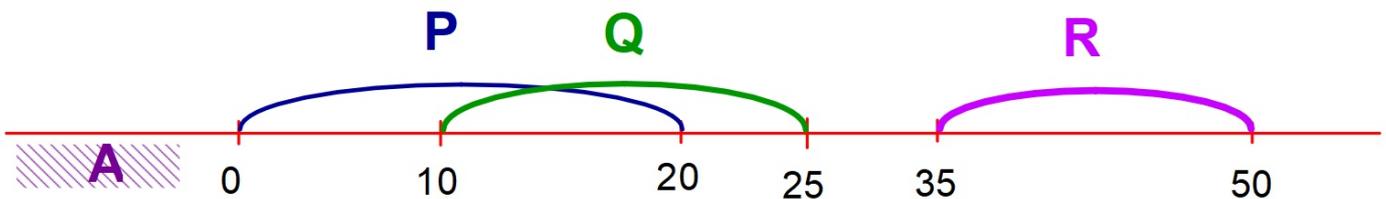
$P = [0, 20]$ ,  $Q = [10, 25]$  и  $R = [35, 50]$ .

Выберите такой отрезок  $A$ , что формула

$$((x \in A) \rightarrow (x \in P)) \vee ((x \in Q) \rightarrow (x \in R))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

Обозначим переменными выражения  $x \in A$  как  $A$ ,  $x \in P$  как  $P$  и т.д.



Выберите один ответ.

[10, 27]

[25, 30]

[-15, -5]

[15, 25]

Запишем логическое выражение

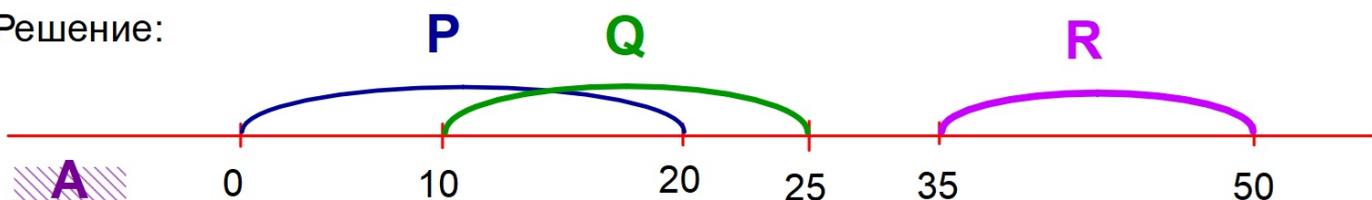
$$(A \rightarrow P) + (Q \rightarrow R) = 1$$

и заменим импликацию базовыми логическими операциями

$$\bar{A} + P + \bar{Q} + R = 1$$

Дизъюнкция дает 1, если есть хотя бы одна 1.

Решение:



Выберите один ответ:

- [10,27]
- [25, 30]
- [-15,-5]
- [15, 25]

$$\bar{A} + P + \bar{Q} + R = 1$$

Дизъюнкция дает 1, если есть хотя бы одна 1. Отрезки P,Q,R у нас известны, поэтому для любых x мы можем определить значение выражения.

$$\bar{A} + \underbrace{P + \bar{Q} + R}_{=1} = 1$$

Для отрезка A мы должны найти такое значение, что если

$$P = 0 \quad P + \bar{Q} + R = 0, \text{ значит } \bar{A} = 1$$

$$\bar{Q} = 0 \quad Q = 1$$

$$R = 0 \quad \bar{A} = 1 \Rightarrow A = 0$$

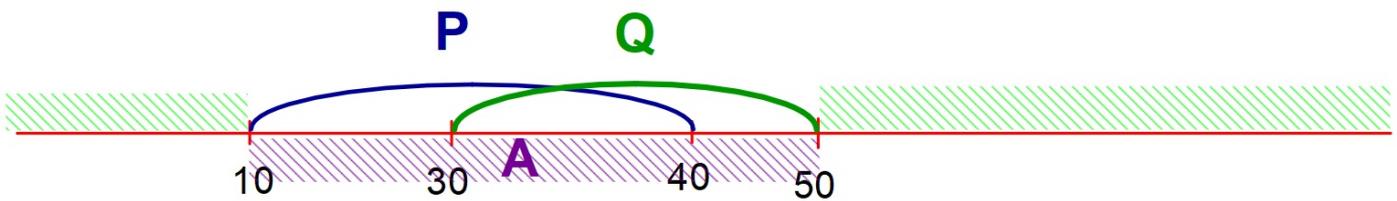
Ответ: если x не принадлежит P, не принадлежит R, но принадлежит Q, он не должен принадлежать отрезку A. Или, другими словами, отрезок A не должен содержать точки от 20 до 25. Ответ: [-15,-5]

На числовой прямой даны два отрезка:  $P = [10, 40]$  и  $Q = [30, 50]$ .  
Отрезок  $A$  таков, что формула

$$((x \in A) \rightarrow (x \in Q)) \vee (x \in P)$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

Какова наибольшая возможная длина отрезка  $A$ ?



$$(A \rightarrow Q) + P = 1$$

Введем обозначения переменных и запишем логическое выражение.

$$\neg A + Q + P = 1$$

Приводим запись логического выражения к базовым логическим операциям.

1

0

Если  $Q=0$  и  $P=0$ ,  $\bar{A}$  должно быть  $=1$ , следовательно  $A=0$

Ответ: Для всех  $x$ , которые не принадлежат отрезкам  $Q$  или  $P$  (зеленая штриховка), они не должны принадлежать отрезку  $A$ . Следовательно, максимальная длина отрезка  $A$   $[10, 50]$  равна 40.

На числовой прямой даны два отрезка:

$P = [34, 84]$  и  $Q = [44, 94]$ .

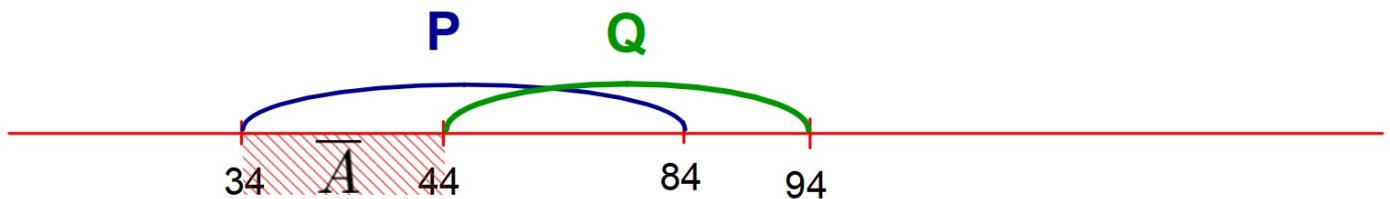
Выберите такой отрезок  $A$ , что формула

$$(x \in A) \rightarrow ((x \in P) \rightarrow (x \in Q))$$

тождественно истинна, то есть принимает значение 1 при любом значении переменной  $x$ .

Если таких отрезков несколько, укажите тот, который имеет большую длину.

- 1)  $[45, 60]$     2)  $[65, 81]$     3)  $[85, 102]$     4)  $[105, 123]$



$$\neg A + (P \rightarrow Q)$$

$$\neg A + \neg P + Q = 1$$

$$Q=0$$

$$P=1$$

$$A=0$$

Для всех  $x$ , которые не принадлежат отрезку  $Q$ , но принадлежат отрезку  $P$ , должно выполняться условие, что они не принадлежат отрезку  $A$ .

Все 4 варианта ответа подходят (не включают точки  $[34, 44]$ ), но наибольшую длину имеет отрезок  $[105, 123]$ . Ответ 4.